

Una nueva manera de interpretar el método de tres puntos para el modelado del terreno en dos capas horizontales

A new way to interpret the three-point method for soil modeling in two horizontal layers

Uma nova forma de interpretar o método de três pontos para modelagem de terreno em duas camadas horizontais.

Marcos Andrade ¹

Recibido: Mayo 2022

Aceptado: Octubre 2022

Resumen. - Enfrentados al diseño de la puesta a tierra de una instalación eléctrica debemos disponer de un modelo adecuado del terreno. El modelado en dos capas horizontales ha demostrado ser el más útil, práctico y preciso.

En una presentación previa [1] se propuso una nueva fórmula aproximada a ser considerada por las normas IEEE 80-2000 e IEEE 81-2012 para el modelado del terreno cuando se utilizan los métodos de medida de cuatro puntos (Wenner y Schlumberger).

En esta presentación, se utiliza un procedimiento similar para el método de tres puntos. Conduciendo así a la presentación de una nueva fórmula que relaciona los parámetros del modelo de dos capas y simplifica su cálculo a partir de la serie de medidas de campo.

Se muestra la forma de aplicación del nuevo procedimiento y las diferencias y complementos con los otros métodos. Este método, al utilizar picas durante las mediciones, consistentes con una práctica habitual durante la construcción, posee notorias ventajas respecto a los métodos de cuatro puntos. En particular en algunos tipos de terrenos, especialmente aquellos de alta resistividad superficial mientras que puede utilizarse como complementario en otras medidas excepto en aquellas a realizar en terrenos rocosos donde es difícil hincar jabalinas.

Palabras clave: Puesta a tierra; resistividad; método de tres puntos; Wenner; Schlumberger Palmer

Summary. - Faced with the design of the grounding of an electrical installation, we must have an adequate model of the terrain. Modeling in two horizontal layers has proven to be the most useful, practical and accurate.

In a previous presentation [1] a new approximate formula was proposed to be considered in IEEE 80-2000 and IEEE 81-2012 standards for terrain modeling when four-point measurement methods (Wenner or Schlumberger) were used.

In this presentation, a similar procedure is used for the three-point method. It leads to the presentation of a new formula that relates the parameters of the two-layer model and simplifies their calculation from the series of field measurements.

The form of application of the new procedure and the differences and complements with the other methods are shown. This method, by using rods during the measurements, is consistent with a common construction practice. This has notable advantages over the four-point methods in some

¹ Ingeniero Electricista. Facultad de Ingeniería, Universidad de la República UDELAR (Uruguay) IEEE Life Senior Member, mandrade@ieee.org, ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5646-921X>

types of terrain, especially those with high surface resistivity; while it can be used as a complement in other measurements except in those to be carried out on rocky terrain where it is difficult to drive rods.

Keywords: Grounding; resistivity; three-point method; Wenner; Schlumberger Palmer

Resumo. - Diante do projeto de aterramento de uma instalação elétrica, devemos ter um modelo adequado do terreno. A modelagem em duas camadas horizontais provou ser a mais útil, prática e precisa.

Em uma apresentação anterior [1] foi proposta uma nova fórmula aproximada a ser considerada pelos padrões IEEE 80-2000 e IEEE 81-2012 para modelagem de terreno quando se utilizam métodos de medição de quatro pontos (Wenner e Schlumberger).

Nesta apresentação, um procedimento semelhante é usado para o método de três pontos. Levando assim à apresentação de uma nova fórmula que relaciona os parâmetros do modelo de duas camadas e simplifica o seu cálculo a partir da série de medições de campo.

A forma de aplicação do novo procedimento e as diferenças e complementações com os demais métodos são mostradas. Este método, por usar estacas durante as medições, de acordo com a prática comum durante a construção, tem vantagens marcantes sobre os métodos de quatro pontos. Particularmente em alguns tipos de terreno, especialmente aqueles com alta resistividade superficial, embora possa ser usado como complemento de outras medições, exceto aquelas a serem realizadas em terrenos rochosos onde é difícil afundar dardos.

Palavras-chave: Posto na Terra; resistividade; método de três pontos; Wenner; Schlumberger Palmer.

1. Introducción. - Puesta a tierra es un término que resulta casi sinónimo de seguridad y aunque estas instalaciones cumplen otras funciones en la red, su destino prioritario es ese. Desde pequeñas instalaciones en viviendas hasta complejos mallados interconectados en subestaciones de alta y extra alta tensión, consisten, en definitiva, en conductores de todo tipo enterrados directamente, o a través de un componente facilitador, en el suelo. De modo que conocer y modelar adecuadamente el terreno donde se realizará la instalación es prioritario. También lo es cuando se pretende medir el resultado de las tensiones máximas a las que llega la instalación durante una falta en la red, que pueden ir desde décimas hasta decenas de miles de Volt.

Los métodos de cuatro puntos, Wenner [2] y Palmer [3], han sido tratados en una publicación reciente [1] y los resultados obtenidos se extienden en esta presentación a los métodos de tres puntos, en particular al método de enterrado de jabalina. Lo analizado en la publicación anterior [1] se incluye en el punto 3 del presente trabajo.

Cuando se utilice el término resistencia se hará referencia a resistencia de puesta a tierra, salvo que se realice una aclaración específica.

Los métodos de medida de resistividad del terreno más utilizados son los de cuatro puntos y se han desarrollado desde los principios de la exploración geológica de terrenos a través de métodos eléctricos. El esquema más utilizado es el de Wenner. La configuración de Palmer-Schlumberger se utiliza en menor grado.

Aunque el terreno es mucho más complejo que solo dos capas, por razones de practicidad, este es el modelo más utilizado. Se trata de dos capas horizontales que representan el conjunto del terreno. Debe tenerse en cuenta que la resistividad no es algo constante, que varía de manera considerable con la humedad y que esto afecta de manera diversa a las diferentes capas. Que también influyen la temperatura y el contenido de sales, así como el tratamiento que pueda efectuarse para obtener el resultado deseado. El modelo de dos capas será suficiente para lograr un sistema de puesta a tierra seguro. Nos dice la norma IEEE 81 [4], repitiendo una expresión de Tagg: “El mejor modelo a utilizar depende del propósito de las mediciones. A menudo, un modelo terrestre de dos capas da excelentes resultados”.

A continuación, se resumen los métodos más utilizados:

1.1. Método de tres puntos. - El método consiste en medir la resistencia de puesta a tierra de un electrodo del cual se conozca la expresión de la resistencia en función de la resistividad del terreno y de su geometría. El electrodo universalmente utilizado es la pica o jabalina, por lo que este método podría llamarse también: método de enterrado de jabalina. Otros electrodos, por ejemplo, un conductor enterrado horizontalmente, podría también ser utilizado, aunque carece de interés debido a las dificultades de su ejecución. Sin embargo, de existir al comienzo del estudio un electrodo de esas características bien puede ser utilizado para una medida inicial de resistividad.

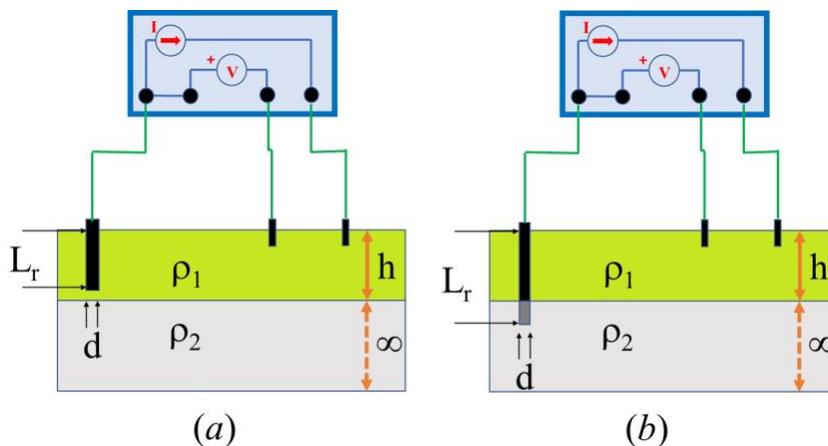


Figura 1 Método de enterrado de jabalina a) $L_r < h$, b) $L_r > h$

En el método que se analiza se va hincando una jabalina y a medida que crece la longitud de enterrado se van realizando medidas de resistencia, figura I. En un terreno homogéneo la resistividad puede calcularse a partir de la medida de resistencia R . Para una jabalina de diámetro d enterrada una longitud L_r , desde la superficie del terreno, mediante la expresión (1) [5].

$$\rho_a = \frac{2\pi L_r R}{\ln\left(\frac{8L_r}{d}\right) - 1} \tag{1}$$

La expresión (2) [5], es también muy utilizada; los resultados obtenidos son similares.

$$\rho_a = \frac{2\pi L_r R}{\ln\left(\frac{4L_r}{d}\right)} \tag{2}$$

Si el terreno no puede considerarse homogéneo, el valor calculado de resistividad ρ_a se denomina resistividad aparente y sería la resistividad que tendría un terreno homogéneo en el cual se hubiera realizado esa única medida. En estas condiciones para cada longitud de enterrado L_r , tendremos un valor diferente de la resistividad aparente, por lo que obtendremos una serie de medidas del tipo

$$\rho_a = \phi(L_r) \tag{3}$$

Si pretendemos modelar el terreno como de dos capas horizontales tendremos una expresión de la forma (4), figura II

$$\rho_a = \phi(L_r, d, \rho_1, \rho_2, h) \tag{4}$$

Las variables ρ_1, ρ_2, h corresponden a las resistividades de ambas capas respectivamente y a la profundidad de la primera capa; la segunda capa se considera de profundidad infinita.

Utilizando cálculos numéricos se puede determinar el valor de la resistencia de la jabalina, a partir de tres valores ρ_1, ρ_2, h [6] y obtener la curva que mejor se aproxima al conjunto de valores medidos utilizando, por ejemplo, el método de mínimos cuadrados.

En este caso buscaremos expresiones simples a través de las cuales se obtengan los mismos resultados.

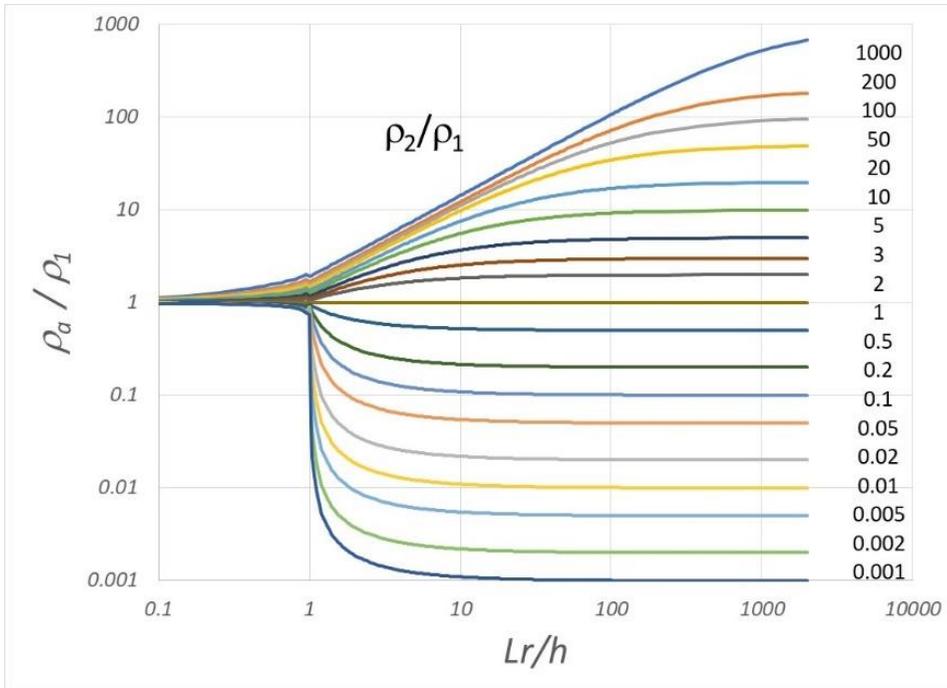


Figura II - resistividad aparente, método de enterrado de jabalina.

Para este análisis se utiliza un gráfico que represente en ordenadas la resistividad aparente, para una resistividad superficial de 1 Ωm, (ρ_a/ρ_1) y en abscisas el cociente entre la profundidad de enterrado de la jabalina y la profundidad de la primera capa (L_r/h). Las curvas son paramétricas en el cociente de la resistividad de la capa más profunda sobre la primera capa (ρ_2/ρ_1). Este gráfico se representa en la figura II y será utilizado solamente para el análisis de la situación. No se trata este de un método gráfico.

Existen varias expresiones para determinar la resistencia de una jabalina en un medio constituido por dos capas horizontales. La norma IEEE 81 [4] en su apéndice A incluye una expresión debida a Tagg [7] que se utiliza solamente para jabalinas enterradas en la parte superior del terreno ecuación (5), o en ambas capas, ecuación (6).

$$R = \frac{\rho_1}{2\pi L_r} \left[\ln \left(\frac{4L_r}{d} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{2} \ln \left(\frac{nh+L_r}{nh-L_r} \right) \right], \quad L_r < h \tag{5}$$

$$R = \frac{\rho_1}{2\pi L_r} \left(\frac{1+K}{1-K+\frac{2Kh}{L_r}} \right) \left[\ln \left(\frac{4L_r}{d} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} K^n \ln \left(\frac{2nh+L_r}{(2n-2)h+L_r} \right) \right], \quad L_r > h \tag{6}$$

Donde K es el coeficiente de reflexión (7). Estas expresiones aparecen también en los trabajos de Caldecott y otros [8].

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \tag{7}$$

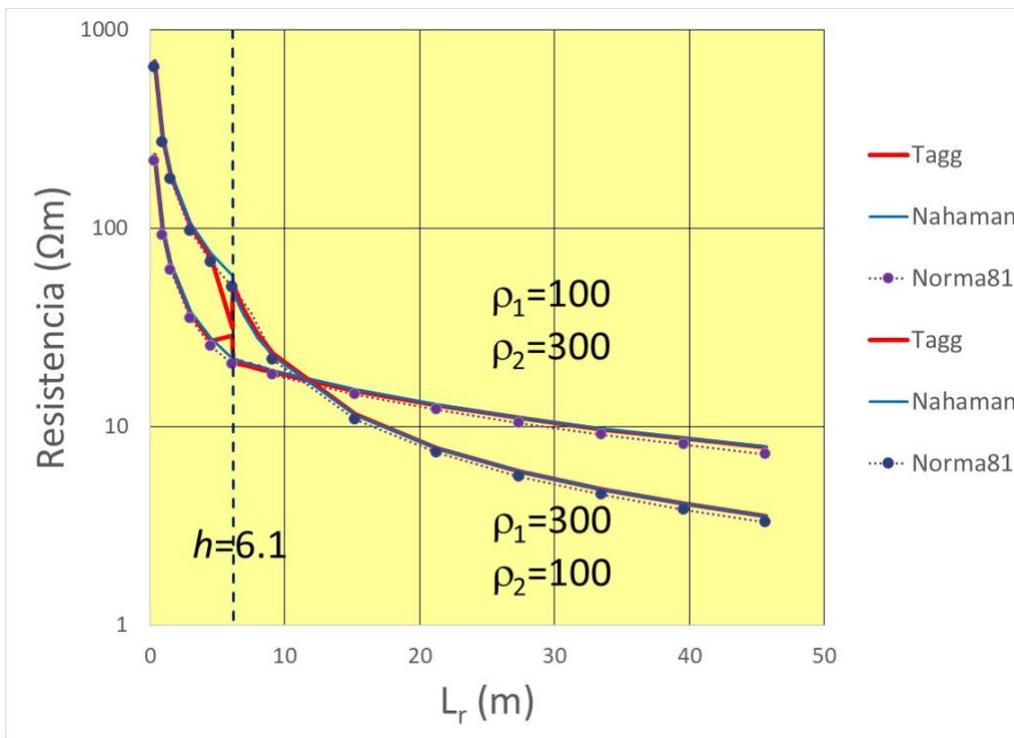


Figura III -Comparación de curvas de cálculo

Otras aproximaciones han sido sugeridas por Nahman y Salamon [9] que validaron utilizando cálculo numérico y que a su vez hemos vuelto a revisar utilizando nuestro software de cálculo [6]. Para la jabalina enterrada solo en la capa superior distinguen dos casos Si $\rho_1 > \rho_2$ utilizan la expresión (8) para el cálculo de R y si $\rho_1 < \rho_2$ utilizan (9)

$$R = \frac{\rho_1}{2\pi L_r} \ln\left(\frac{4L_r}{d}\right) \quad , \quad \rho_1 > \rho_2 \quad (8)$$

$$R = \frac{\rho_1}{2\pi L_r} \ln\left(\frac{4L_r}{d}\right) + \frac{\rho_1}{2\pi h} \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \quad , \quad \rho_1 < \rho_2 \quad (9)$$

En el caso en que la jabalina abarca ambas capas

$$R = \frac{\rho_2}{2\pi L_e} \ln\left(\frac{4L_e}{d}\right) \quad (10)$$

Dónde:

$$L_e = L_2 + \frac{\rho_2}{\rho_1} h \quad , \quad L_r = L_2 + h \quad (11)$$

En las gráficas representadas en la figura III se puede apreciar una comparación de los valores de resistencia obtenidos por tres métodos: cálculo exacto, que corresponde a los datos del ejemplo de la norma IEEE81 y los calculados según las aproximaciones indicadas previamente según las expresiones de Tagg y Nahman.

Puede observarse que salvo para valores de Lr/h igual o próximos a uno, donde la dispersión es mayor, los valores son prácticamente coincidentes y la concordancia es mejor para valores de $\rho_2 < \rho_1$ que son los casos de mayor uso del método.

1.2. Métodos de cuatro puntos – Wenner. - Los métodos de cuatro puntos se basan en la utilización de cuatro electrodos iguales. Se utilizan dos electrodos para la inyección de corriente al terreno y otros dos para la medida de tensión. Estos cuatro puntos pueden ubicarse en diferentes posiciones entre sí, pero siempre alejados de otros conductores existentes, enterrados, que puedan falsear la medida.

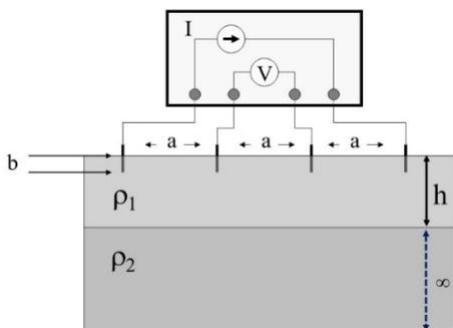


Figura IV.- método de Wenner

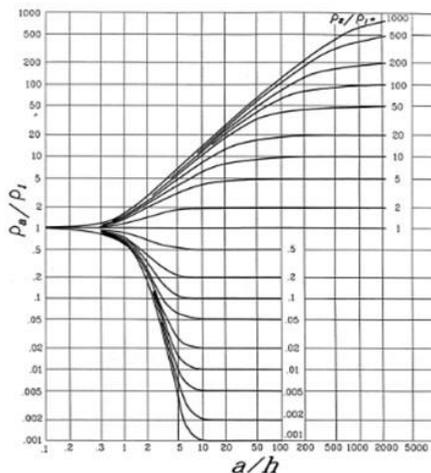


Figura V.- Curvas de Sunde (tomada de la norma IEEE 80)

Los métodos que vamos a considerar en este artículo utilizan los cuatro electrodos alineados. En el método de Wenner [2] se conectan cuatro electrodos auxiliares alineados, y separados entre ellos la misma distancia a como se representa en la figura IV. Se inyecta una corriente I entre los electrodos exteriores y se mide la tensión V entre los interiores. El resultado de la medida es el cociente V/I . El valor de la resistividad aparente se calculará a partir de (12)

$$\rho_{ai} = 2\pi a_i R_i \tag{12}$$

Se admite que la profundidad a la que se van enterrando las cuatro jabalinas b , es mucho menor que la separación entre los electrodos a .

Para el caso en estudio el problema consiste en encontrar los dos valores de resistividad y la profundidad de la primera capa a partir de la curva de valores obtenidos de las medidas en campo. Los procedimientos sugeridos por las normas IEEE 80 [5] e IEEE 81 [4] se discuten a continuación.

• **Recomendaciones de la norma IEEE80 - Wenner**

La norma IEEE 80 nos da una guía para obtener los valores que modelan el terreno utilizando un método gráfico y refieren a la norma IEEE81 para el caso de cálculos numéricos. De los varios métodos gráficos disponibles desarrolla el realizado por Sunde [8]. Las gráficas de este autor, incluidas en la norma mencionada se muestran en la figura V.

Los pasos que indica la norma para estimar los parámetros serían los siguientes:

- Graficar la serie de valores medidos por el método de Wenner: resistividad aparente en función de la separación de los electrodos auxiliares a

- Estimar ρ_1 para el valor más pequeño de a
- Estimar ρ_2 para los valores mayores de a . Extendiendo la curva en el sentido de obtener valores asintóticos.
- Con el valor de ρ_2/ρ_1 seleccionar una curva del gráfico o elegir la que más aproxime al valor obtenido. Si los valores medidos no son suficientes probar con la coincidencia de las curvas. Eventualmente interpolar y dibujar una nueva curva.
- Ajustar con ésta la curva medida y obtener el valor de ρ_a/ρ_1 del eje de ordenadas. Obtener a/h .
- De la serie de valores medidos obtener a y calcular h .

Se trata de un trabajo laborioso que conduce normalmente a resultados adecuados. La norma incluye un ejemplo.

• **Recomendaciones de la norma IEEE81 - Wenner**

La norma en su apéndice A incluye las expresiones de cálculo obtenidas utilizando el método de imágenes [4]. Se consideran las sucesivas reflexiones de los puntos emisores de corriente sobre las dos discontinuidades que aparecen, la que responde a la superficie del terreno y la que comprende al plano que limita las dos capas horizontales.

La figura VI muestra las primeras imágenes de la serie de reflexiones generada por uno de los electrodos de corriente. Estas ecuaciones conducen a un cálculo exacto para ese modelo.

El coeficiente de reflexión K se ha definido en (7)

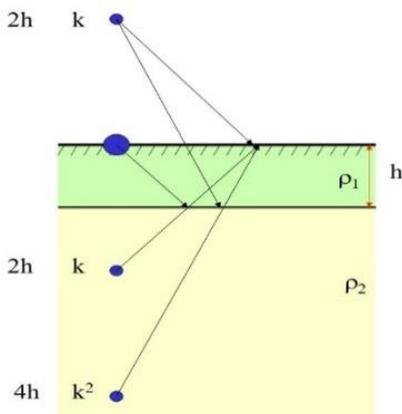


Figura VI. - Esquema del método de imágenes.

La serie para el cálculo toma la forma indicada en (13)

$$\rho_a = \rho_1 \left[1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{K^n}{\sqrt{1+(2nh/a)^2}} + \frac{K^n}{\sqrt{4+(2nh/a)^2}} \right) \right] \tag{13}$$

En el apéndice B la norma incluye como material informativo un criterio de iteración para el cálculo.

En el cuerpo de la norma se agregan varios consejos válidos para el análisis de las curvas que refieren fundamentalmente a intentar obtener a través de la forma del gráfico ideas acerca de la conformación de las capas del terreno y de su posible ubicación. Utiliza en particular algunos conocidos consejos, no demasiado generales como ubicar la zona de discontinuidad a los dos tercios de la separación de los electrodos de medida para los cuales se produce el punto de inflexión de la curva.

Incluye, por ejemplo, cinco axiomas de Zohdy [9] como una guía práctica para comprobar la consistencia de las curvas medidas, así como comentarios de otros autores.

En síntesis, comenta que los valores calculados de las resistividades aparentes son siempre positivos. A medida que la resistividad real aumenta o disminuye con la profundidad, las resistividades aparentes también aumentan o disminuyen con la mayor separación de los electrodos de prueba. El máximo cambio en los valores de la resistividad aparente ocurre a una separación de los electrodos mayor que la profundidad de la primera capa. La amplitud de la curva es siempre menor o igual que la amplitud de la resistividad real versus la profundidad.

1.3. Métodos de cuatro puntos – Palmer Schlumberger. - Es el otro de los métodos de cuatro puntos utilizado, forma parte de una gran cantidad de variaciones en la geometría de las medidas. En este método los electrodos continúan alineados, siendo la distancia entre los electrodos centrales diferente de la de los extremos, figura VII. Si bien hay dos variables posibles, es usual que la distancia entre los electrodos centrales permanezca constante para el conjunto de medidas. Es la disposición más utilizada en estudios geológicos. En general se toma la distancia entre los electrodos centrales igual a un metro. Esta configuración hace que solo se deban mover los electrodos extremos durante la medida, permaneciendo los centrales fijos. Dado que para la misma corriente inyectada al terreno la tensión a medir es menor que en el método de Wenner se necesita mejor sensibilidad del instrumento a utilizar.

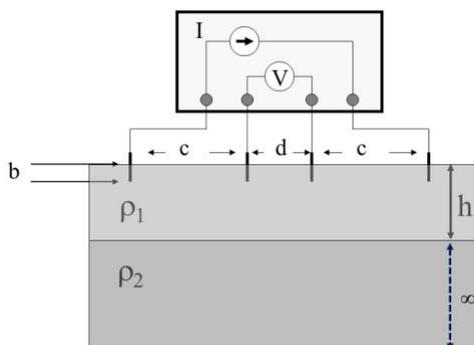


Figura VI Método de Palmer Schlumberger

Por el contrario, utilizando instrumentos convencionales, podría recurrirse a este método utilizando una mayor separación en los electrodos centrales que en los extremos, lo que aumenta la tensión a medir. Esto ocurre principalmente si se necesita realizar medidas en zonas de resistividad muy baja o medir a grandes valores de c .

La ecuación (14) indica la forma aproximada de cálculo de la resistividad aparente para esta disposición, puede observarse que se obtendrá una serie de valores formados por pares (c_i, ρ_{ai})

$$\rho_{ai} = \frac{\pi c_i(c_i+d)R_i}{d} \quad (14)$$

No hay en las normas que analizamos comentarios respecto a las curvas obtenidas por este método. Se verá en nuestro análisis que son muy similares a las obtenidas utilizando Wenner.

Sirviéndonos nuevamente del método de imágenes puede calcularse la resistencia a medir en un terreno de dos capas horizontales: ecuación (15). Esta nos permitirá realizar un conjunto de curvas similares a las de Sunde pero en lugar de derivarse del método de Wenner, basándose en el método de Schlumberger Palmer.

$$R_{Sch} = \frac{\rho_1}{\pi} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{c+d} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2K_R^n}{\sqrt{c^2+(2nh)^2}} - \frac{2K_R^n}{\sqrt{(c+d)^2+(2nh)^2}} \right) \right) \quad (15)$$

1.4. Recomendaciones de la propuesta presentada. - En La propuesta presentada en [1] no se necesita realizar ningún tipo de estimación sobre la forma de la curva. Se procede a determinar los valores de ρ_1 y ρ_2 de acuerdo a lo indicado en la norma IEEE 80 y el valor de h se determina utilizando la nueva ecuación que se indicará más adelante.

Dependiendo del método empleado se utilizarán diferentes ecuaciones, si se realizaron las mediciones utilizando el método de Wenner la ecuación será (20) si se utilizó el método de Palmer con la relación de parámetros indicada más adelante ($d/c=4$) se utilizará (23).

Para el método de enterrado de jabalina la ecuación será (17).

Las nuevas ecuaciones hacen que el esfuerzo de cálculo se vea notoriamente disminuido. Aún en el caso en que se utilice un procedimiento iterativo los valores hallados servirán como un excelente conjunto de valores iniciales. Debe recordarse siempre que el terreno puede no responder estrictamente a un modelo de dos capas, en cuyo caso el punto de comienzo de las iteraciones se hace muy importante para lograr obtener una convergencia acertada.

2. Cálculo propuesto para el método de tres puntos. - El procedimiento empleado para la deducción de una ecuación que conecta los tres parámetros que definen el modelo de dos capas, a saber: ρ_1 , ρ_2 , y h , vinculándolo con la serie de medidas realizadas en campo aplicada al método de tres puntos es enteramente similar al empleado para el método de Wenner. Sucede que gráficamente es bastante más simple de apreciar en ese caso debido a la simetría de las curvas, como puede observarse en la figura XIV del punto 3.1 (compáresele por ejemplo con la figura IX). Donde no es intuitivo que tal relación exista por lo que repetir el procedimiento anterior e intentar obtener una expresión similar para el método de enterrado de jabalina fue sencillamente una aplicación sui generis del anterior. Adicionalmente en este caso, los valores hallados dependerán del diámetro d de la jabalina.

Si importa destacar que el intento valía la pena, ya que la existencia de una relación simple entre los tres parámetros a determinar: ρ_1 , ρ_2 , y h , facilitaría enormemente los cálculos para determinar los parámetros, como veremos a continuación. En el gráfico de la figura II se representó la resistividad aparente sobre la resistividad de la capa superior ρ_a/ρ_1 en función del largo de la jabalina sobre la profundidad de la primera capa L_m/h , las curvas están parametrizadas con ρ_2/ρ_1 . Las expresiones de Nahman son suficientemente aproximadas y simples, razón por la cual han sido utilizadas para trazar las curvas de la figura. Reiteramos que el procedimiento es similar al empleado anteriormente [1], ver 3.1.

Ahí se puede observar con más detalle el método empleado para obtener las ecuaciones, que consiste en trazar el lugar de los puntos correspondientes al conjunto de gráficos para los cuales la resistividad aparente coincide con la media de las resistividades de las dos capas.

En cada curva parametrizada en ρ_2/ρ_1 se halla el punto que corresponde a una resistividad aparente igual a $\rho_a/\rho_1 = (\rho_1 + \rho_2) / 2\rho_1$. Estos puntos se muestran por la línea de puntos rojos indicada en la figura VIII para un diámetro de jabalina de 0.01 m.

El lugar de estos puntos responde a la ecuación

$$\frac{\rho_m}{\rho_1} = 0.54 \frac{L_m}{h} \quad (16)$$

Dónde $\rho_m = (\rho_1 + \rho_2) / 2$ y L_m es el largo de la jabalina para el cual se obtiene una resistividad aparente de un valor igual a ρ_m . De (16) obtenemos el valor de h , (17)

$$h = \frac{L_m}{0.926 + 0.926 \frac{\rho_2}{\rho_1}} \tag{17}$$

Comparadas con los dos ejemplos de la norma IEEE 81 la ecuación presenta en el primer caso una desviación de 6% y en el segundo de 7%.

Si bien la curva trazada en la figura VIII ha sido realizada utilizando las expresiones aproximadas de Nahman, los valores empleados para obtener la ecuación (16) han sido calculados a partir del software a los efectos de obtener valores más precisos. Sin embargo, la misma curva obtenida a partir de las expresiones aproximadas no difiere demasiado.

Esta ecuación permite hallar la profundidad de la primera capa, h , de manera simple conociendo ambos valores de resistividad.

Para terrenos en que la capa inferior es más conductora, que son los casos en que realmente interesa que en el proyecto las jabalinas tengan un largo suficiente para penetrar la segunda capa, ocurre un cambio de pendiente importante cuando se accede a la capa inferior.

Una curva ejemplo se ha dibujado en la figura IX, mostrando los valores que toma la resistividad aparente en función del largo de la jabalina que se ha enterrado. Los límites para L_r pequeño y para L_r muy largo corresponden a las resistividades ρ_1 y ρ_2 respectivamente. Para valores de $\rho_2/\rho_1 < 1$, que corresponde al caso de la figura, el punto de resistividad media se sitúa para una longitud de la jabalina poco mayor que la profundidad de enterrado $L_r/h \approx 1$. Las líneas corresponden a las dos aproximaciones indicadas más arriba (1,1).

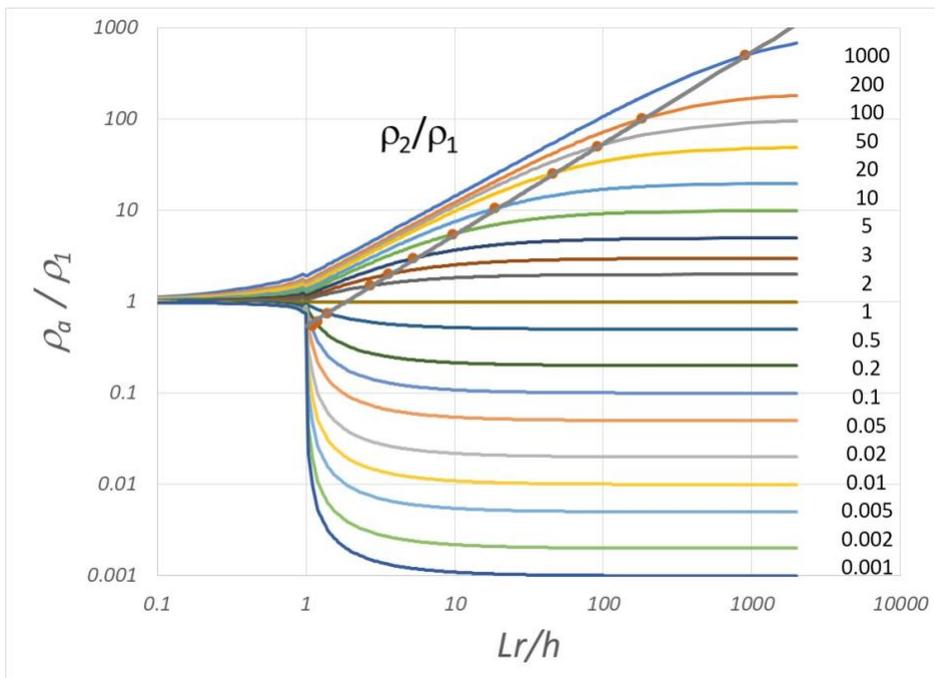


Figura VII Lugar geométrico de los puntos para los cuales $\rho_a = \rho_m = (\rho_1 + \rho_2) / 2$. Método de enterrado de jabalina.

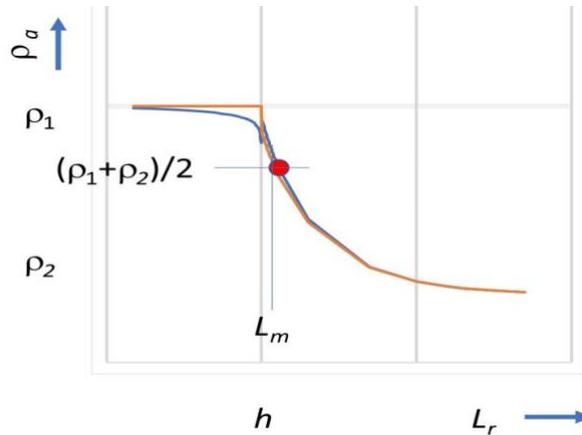


Figura VIII Gráfica semilogarítmica de resistividad aparente en un suelo de dos capas horizontales.

2.1. Procedimiento para la determinación de los parámetros del modelo. -

El primer caso corresponde a la situación considerada en las normas IEEE 80 y 81 cuando la serie de valores medidos es suficiente para estimar el límite asintótico.

- a) Se realiza un gráfico de resistividad aparente ρ_a en función del largo de enterrado de la jabalina L_r .
- b) Se obtiene el valor de ρ_1 para los valores menores de L_r (puede ser de ayuda un gráfico semilogarítmico).
- c) Se obtiene el valor de ρ_2 como asíntota para los valores mayores de L_r .
- d) Se calcula ρ_m , promedio de las dos resistividades ρ_1 y ρ_2 .
- e) Del gráfico se obtiene el valor de L_m para el largo de la jabalina que corresponde a ρ_m .
- f) De la expresión 17 se obtiene h . Representación figura X con puntos de la tabla II de la norma IEEE 81.

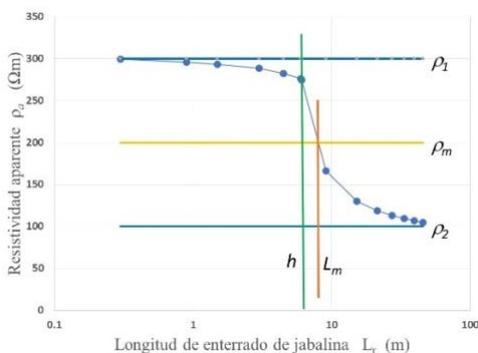


Figura IX.- Procedimiento para el primer caso

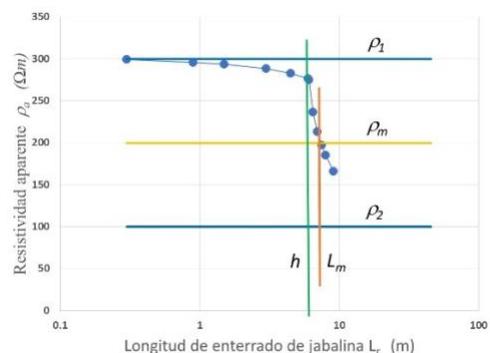


Figura X.- Procedimiento para el segundo caso. Se agregan a los valores de la norma puntos calculados en las cercanías de $L_r=h$ mientras que no se consideran valores grandes de L_r .

En el caso de que solo sea posible obtener unos pocos valores de resistividad aparente para valores de L_r mayores que h y no sea posible determinar la resistividad de la capa inferior puede procederse

de manera inversa, es decir obtener h de las medidas y calcular ρ_2 . Se realizan varias medidas para detectar el cambio abrupto de la resistividad aparente cuando se penetra la segunda capa y determinar primero el valor de h . El procedimiento es el siguiente:

- a) Se obtiene el valor de ρ_1 para los valores menores de L_r (puede ser de ayuda un gráfico semilogarítmico).
- b) Se determina h aproximando el punto de cambio de pendiente
- c) Dado que no se conoce ρ_2 y por lo tanto ni ρ_m ni L_m no se puede aplicar 17 de manera directa. Por lo tanto será necesario un simple proceso iterativo, como sigue:
 - a. Se toma un valor inicial de ρ_2 y se calcula ρ_m
 - b. De la gráfica se obtiene L_m
 - c. Utilizando la expresión 17 se determina ρ_2
 - d. Se continúa hasta que el valor de ρ_2 calculado coincida con el valor inicial

Al tratarse de identificar una variable a través de una simple ecuación, el número de iteraciones es muy limitado.

La figura XI indica el procedimiento. Se han agregado, a los datos de la tabla 2 de la norma IEEE 81, valores calculados por métodos numéricos para largos de jabalina próximos a h .

2.2. Consideraciones prácticas. - Las mediciones realizadas en el campo, por años se han ejecutado de la siguiente forma: se utilizaron varillas de hierro redondo de construcción, la unión entre tramos se realizó por soldadura a tope y pulido de la superficie circundante.

El método de enterrado de jabalina también adolece de limitaciones prácticas:

- Puede realizarse solamente en determinados tipos de terrenos
- La profundidad máxima de enterrado es limitada
- Debe cuidarse el contacto entre la jabalina y el terreno a lo largo de toda su extensión

El método de enterrado de jabalina tiene el inconveniente de que es dificultoso enterrar una jabalina a una profundidad varias veces superior que h , para lograr medir valores de resistividad próximos a los de la capa inferior. En ese caso, si se realizan medidas suficientemente próximas como para poder determinar el valor de h , y se llega a una profundidad L_r que supere el correspondiente a la resistividad media, entonces el procedimiento permitirá determinar la resistividad de la segunda capa. Es necesario con este procedimiento, como con cualquier otro realizar los cálculos y gráficos mientras se realizan las medidas. Situación que con los medios disponibles hoy día es muy sencilla. También existe la posibilidad de utilizar este método complementando un método de cuatro puntos y determinar de esta forma la resistividad de la capa inferior.

2.3. Ejemplos de aplicación

Ejemplo 1: A fines de la década del 80 se construyó una subestación 150-110/15 kV en la planta industrial de EFICE, situada alrededor de un kilómetro del Río de la Plata, sobre la desembocadura del Santa Lucía, una zona con una capa superficial de arena muy importante. Previamente se habían intentado realizar algunas medidas utilizando el método de Wenner. Se empleó en consecuencia el método de enterrado de jabalina con buenos resultados.

En su momento se empleó un software de cálculo y se halló un modelo de terreno en dos capas. Los valores encontrados fueron:

$$\rho_1=3500 \Omega\text{m}, \rho_2=35 \Omega\text{m}, h=2.7 \text{ m}$$

Si se aplica la ecuación (17) se obtiene $h=2.14\text{m}$. Lo que significa una aproximación

perfectamente razonable.

L_r m	R medida Ω	resistividad aparente ρ_a
2	1620	3045.43
3	107	284.47
3.8	30	97.77
4.2	25	88.83
5.4	12.8	56.56
6	10.5	50.86
6.6	9	47.37
7	8.5	47.10
7.8	6.6	40.20

Tabla I - medidas de resistividad $\rho_a(L_r)$

La figura XII nos muestra un gráfico de resistividad aparente calculado para los valores de resistividad de cada capa indicados y para diferentes valores de h . Esto se compara con los puntos medidos.

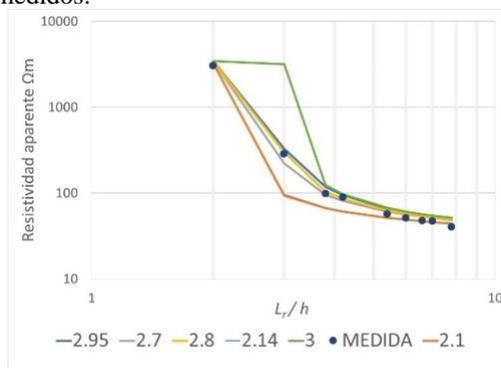


Figura XI - Comparación de curvas de resistividad aparente

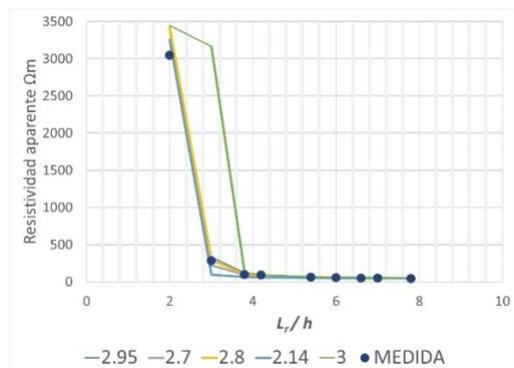


Figura XII - Gráfico de la figura XII con escala lineal

En la figura XIII se repite el gráfico con escalas lineales de los ejes. Es muy claro que el cambio de pendiente ocurre antes del punto $h=3$. Sin embargo, la falta de medidas hace que no se pueda conocer con más precisión el cambio abrupto de la pendiente.

También puede observarse en la figura XII que si bien la mejor aproximación por mínimos cuadrados corresponde a un ajuste de los primeros puntos (cuyo peso es mayor), el gráfico para el valor de h hallado a través de la ecuación (17) aproxima mejor los puntos medidos para los largos mayores de la jabalina.

Ejemplo: Si se utiliza este método para los dos ejemplos de la norma IEEE 81 documentados en la tabla II se hallan los valores de h como 6.3 y 6.6 respecto al valor indicado de 6.1 para los casos de $\rho_1=300$, $\rho_2=100$ y para $\rho_1=100$, $\rho_2=300 \Omega\text{m}$, lo que significa una muy buena aproximación.

3. Cálculo propuesto para el método de cuatro puntos - Wenner. - Se refiere esencialmente a la publicación anterior [1], cuyo trabajo se ha complementado en esta obra. Las modificaciones son menores, pero se adaptan mejor al contenido presentado en esta publicación.

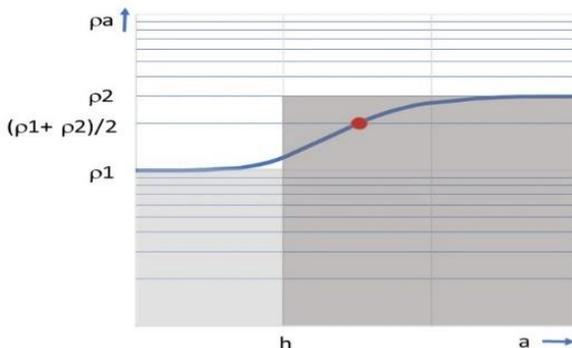


Figura XIII - Gráfica de resistividad aparente en un suelo de dos capas horizontales.

3.1. Ecuación simplificada para el método de Wenner. - En la figura XIII se pueden observar con claridad las propiedades del modelo de terreno que estamos manejando: la curva de resistividad aparente, en ningún punto coincide con el valor de resistividad que presenta el terreno a diversas profundidades, con excepción de las asíntotas naturalmente. Sin embargo, hay un punto que presenta una posición particular en la curva, es aquel cuya resistividad aparente coincide con el valor medio de las resistividades de las dos capas. Esto es consecuencia de su dependencia de la constitución del terreno y no de los puntos de medida. Del modelo del terreno podríamos decir con mayor precisión. Con este análisis trazamos el lugar geométrico de todos los puntos cuyo valor de resistividad aparente coincide con el valor medio de la resistividad de ambas capas, para todas las curvas, parametrizadas en ρ_2/ρ_1 .

La curva responderá a una relación entre ρ_a , ρ_1 , ρ_2 , a y h como la indicada en la ecuación (18)

$$\frac{\rho_m}{\rho_1} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2\rho_1} = F\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{a}{h}\right) \tag{18}$$

Entonces buscamos una curva que satisfaga que el valor de la resistividad aparente iguale al valor medio de las resistividades de ambas capas. El lugar de los puntos así definidos es mostrado en la figura XIII mediante puntos de color rojo indicados sobre los gráficos de Sunde.

La ecuación de la curva así definida se indica en (19).

De esta forma, una vez estimados los dos valores de resistividad, y obtenido de la curva de resistividades medidas el valor de a que responde al valor medio de las resistividades, la ecuación (20) nos da de forma directa el valor de h , profundidad de la primera de las dos capas del terreno.

$$\frac{\rho_m}{\rho_1} = -0.54 + 0.78 \frac{a(\rho_m)}{h} \tag{19}$$

Donde $a(\rho_m)$ es el valor de a para el cual la resistividad aparente medida es ρ_m

$$h = \frac{a(\rho_m)}{1.33 + 0.64 \frac{\rho_2}{\rho_1}} \tag{20}$$

Comparadas con los ejemplos de la norma IEEE 81 la ecuación presenta en el primer caso una desviación de 0.06% y en el segundo de 2.46%.

Con respecto al ejemplo de la norma 80, aunque no se conocen con exactitud los valores de cálculo, sino que solo se dispone de un gráfico, el error aproximado es de 4.4%.

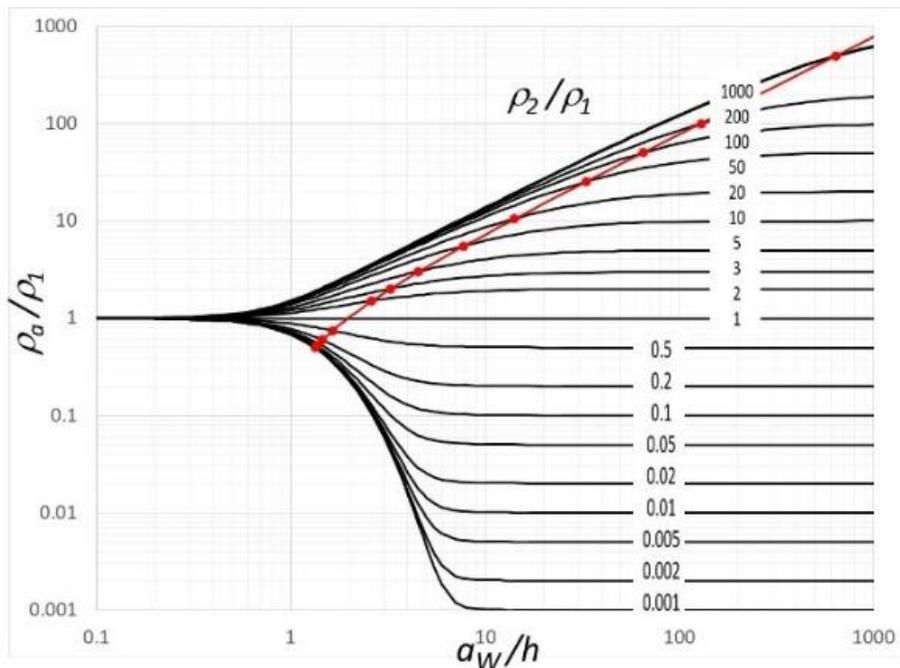


Figura XV – Método de Wenner, lugar geométrico de los puntos para los cuales $\rho_a = (\rho_1 + \rho_2)/2$. a_W es la separación de electrodos para el método de Wenner, a los efectos de diferenciarla en los gráficos de a_P , separación equivalente para el método de Palmer.

3.2. Ecuación simplificada para el método de Palmer-Schlumberger. -El mismo procedimiento permite obtener una curva similar para mediciones realizadas utilizando el método de Schlumberger.

El conjunto de curvas de la figura XIII se representa para estas medidas en la figura XIV y la ecuación resultante es la 22, para mediciones realizadas con un valor de c/d constante e igual a cuatro. Para trabajar de un modo equivalente al usado con el método de Wenner, los gráficos se calculan en función de un valor de separación de los electrodos correspondiente a un tercio de la separación entre los electrodos externos:

$$a_P = (2c + d)/3 \tag{21}$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_1} = -0.57 + 0.531 \frac{a_P(\rho_m)}{h} \tag{22}$$

$$h = \frac{a_P(\rho_m)}{2.02 + 0.94 \frac{\rho_2}{\rho_1}} \tag{23}$$

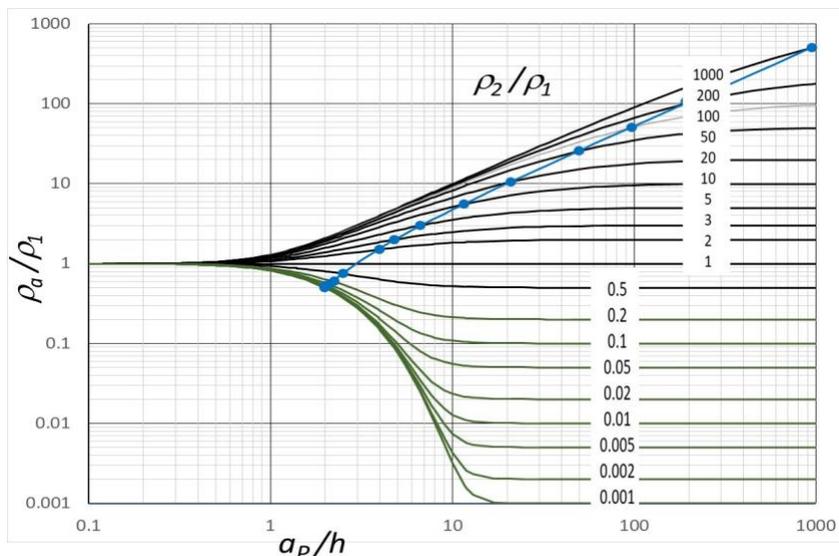


Figura XIV - Método de Palmer, lugar geométrico de los puntos para los cuales: $\rho_a = (\rho_1 + \rho_2) / 2$

4. Conclusiones. - Se ha presentado una nueva ecuación simple que permite calcular la profundidad de la capa superior para el modelo de terreno de dos capas horizontales cuando la serie de medidas se realiza utilizando el método de enterrado de jabalina (método de tres puntos).

Se ha detallado el procedimiento para aplicación de esta nueva expresión, particularmente interesante debido a las dificultades intrínsecas del método.

Esta ecuación se ha comparado con los resultados obtenidos a través de publicaciones de las normas IEEE vigentes mostrando una muy buena aproximación. También se ha comparada con modelos realizados a partir de medidas de campo.

Si bien este procedimiento es preciso, para el caso en que se utilicen métodos numéricos a los efectos de mejorar la precisión del cálculo, los valores hallados pueden constituirse en inmejorables valores como punto de partida de la serie de iteraciones a ejecutar, que es siempre de difícil convergencia.

Esta ecuación es una extensión de las presentadas anteriormente para los métodos de medida de resistividad de cuatro puntos, Wenner y Schlumberger-Palmer. En ese caso se ha sugerido [1] que la ecuación presentada para el método de Wenner (20) sea incluida en la norma IEEE 80 reemplazando el método gráfico como forma de determinar h . Esta sugerencia se extiende ahora para la ecuación (17) para medidas utilizando el método de tres puntos en la norma IEEE 81.

Se entiende que el procedimiento que se han simplificado tanto a través de la presentación de la nueva ecuación (17) y que se detalla en 2.1 podría ser incluido como parte de las normas IEEE 80 y 81 cuando se realice una nueva revisión.

5. Referencias

- [1] Andrade M T; *UN NUEVO MÉTODO SIMPLIFICADO PARA MODELADO DEL TERRENO EN DOS CAPAS HORIZONTALES*, 2021, IEEE – URUCON – Montevideo, Uruguay, pp. 476-480.
- [2] Wenner F; *A METHOD OF MEASURING EARTH RESISTIVITY*. U S Bulletin of the Bureau of Standards \vol.12 Washington, July 15, 1915
- [3] Palmer, L. S., *EXAMPLES OF GEOELECTRIC SURVEYS*, IEE, paper No 2791 Dec. 1958.
- [4] IEEE Std 81™-2012 (Revision of IEEE Std 81-1983) IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Grounding System.
- [5] IEEE Std 80-2000 (Revision of IEEE Std 80-1986) IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding
- [6] Andrade M T; *Cálculo de potenciales en mallas de tierra*, CIER, SDEE, Viña del Mar, Chile, 1987. Revista de Ingeniería Nro 2, 1989.
- [7] Tagg, G. F., *Earth Resistances*. London: Georges Newnes Limited, 1964.
- [8] Caldecott, Kasten, Minkara, *INVESTIGATION OF SOIL RESISTIVITY MEASURING TECHNIQUES USING AN ELECTROLYTIC TANK*. IEEE Transaction PAS- 103. October 1984.
- [9] Nahman J, Salamon D; *A PRACTICAL METHOD FOR THE INTERPRETATION OF EARTH RESISTIVITY DATA OBTAINED FROM DRIVEN ROD TESTS*. IEEE TPWD October 1988.
- [10] Sunde, E. D.; *Earth conduction effects in transmission systems*, New York: McMillan, 1968.
- [11] Zohdy, Adel A. R.; *A new method for the automatic interpretation of Schlumberger and Wenner sounding curves*, Geophysics, vol. 54, no. 2, pp. 245-253, Feb. 1989.

Nota contribución de los autores:

1. Concepción y diseño del estudio
2. Adquisición de datos
3. Análisis de datos
4. Discusión de los resultados
5. Redacción del manuscrito
6. Aprobación de la versión final del manuscrito

MA ha contribuido en: 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Nota de aceptación: Este artículo fue aprobado por los editores de la revista Dr. Rafael Sotelo y Mag. Ing. Fernando A. Hernández Goberti.